



نام آزمون: جامع تستی یازدهم

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۷

زمان برگزاری: ۹۰ دقیقه

۱ در یک دنباله حسابی، مجموع چهار جمله اول ۱۵ و مجموع پنج جمله بعدی آن ۳۰ است. جمله یازدهم این دنباله کدام است؟

- ۱) ۷٫۵ ۲) ۸ ۳) ۸٫۵ ۴) ۹

۲ مجموع ریشه‌های حقیقی معادله $0 = 72 + 18(x^2 + x) - (x^2 + x)$ کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) -۲ ۳) ۲ ۴) -۴

۳ دو ضلع یک مربع منطبق بر دو خط به معادلات $2x - 2y = 3$ و $y = x + 1$ هستند، مساحت این مربع کدام است؟

- ۱) $\frac{9}{8}$ ۲) $\frac{9}{4}$ ۳) $\frac{25}{8}$ ۴) $\frac{25}{4}$

۴ اعداد 2^a و 2^b سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی‌اند، واسطه عددی بین a و b کدام است؟

- ۱) ۲٫۵ ۲) ۲ ۳) ۱٫۵ ۴) $\sqrt{2}$

۵ بهروز یک مجله را به تنهایی ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می‌کند. اگر هر دو با هم کار کنند، در ۲۰ ساعت این کار انجام می‌شود. بهروز به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می‌دهد؟

- ۱) ۳۲ ۲) ۳۳ ۳) ۳۵ ۴) ۳۶

۶ اگر ریشه‌های معادله $0 = 3x^2 + ax + b$ دو برابر معکوس ریشه‌های معادله $0 = 4x^2 - 7x + 3$ باشد، مقدار a کدام است؟

- ۱) -۱۴ ۲) -۱۲ ۳) -۸ ۴) -۶

۷ مساحت مثلثی با سه رأس به مختصات $A(2, 5)$ ، $B(3, 0)$ و $C(0, 2)$ کدام است؟

- ۱) ۶ ۲) ۶٫۵ ۳) ۷ ۴) ۷٫۵

۸ در معادله درجه دوم $0 = 2x^2 + ax + 9$ ، یک ریشه دو برابر ریشه دیگر است. مقدار a کدام می‌تواند باشد؟

- ۱) ۷ ۲) -۸ ۳) -۹ ۴) ۱۰

۹ اگر نقطه $(-1, 4)$ رأس سهمی به معادله $0 = -2x^2 + ax - b$ باشد، مقدار ab کدام است؟

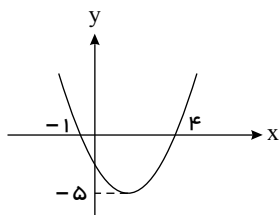
- ۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۱۰ مجموع تمام اعداد طبیعی دورقمی مضرب ۷، کدام است؟

- ۱) ۷۲۱ ۲) ۷۲۸ ۳) ۷۳۵ ۴) ۷۴۲

۱۱ نمودار تابع $f(x) = ax^2 - bx + c$ در شکل مقابل رسم شده است. مقدار $a + b - c$ کدام است؟

- ۱) $\frac{8}{5}$ ۲) $\frac{12}{5}$ ۳) صفر ۴) $\frac{32}{5}$



۱۲ خطی که از نقاط متمایز $A(m, -1)$ ، $B(1, 1 - 2m)$ می‌گذرد، محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کرده است. این خط محور x ها را با چه طولی قطع می‌کند؟

- ۱) -۲ ۲) ۱ ۳) -۱٫۵ ۴) -۲٫۵



۱۳) نقاط $A(2, -2)$ و $B(6, 4)$ دو انتهای یکی از قطرهای یک دایره هستند. کدام نقطه روی محیط دایره قرار دارد؟

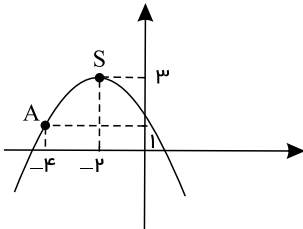
- ۱) $(3, 7)$ ۲) $(7, 3)$ ۳) $(6, 6)$ ۴) $(5, 4)$

۱۴) در مورد معادله $x + \sqrt{2x - 1} = 3$ کدام درست است؟

- ۱) دو ریشه‌ی مثبت دارد. ۲) یک ریشه‌ی مثبت و یک ریشه‌ی منفی دارد.
۳) فقط یک ریشه‌ی مثبت دارد. ۴) فاقد ریشه است.

۱۵) در سهمی شکل مقابل به معادله $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، مقدار $f(-1)$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۲٫۵ ۳) ۳ ۴) ۳٫۵



۱۶) حاصل $(1 + x + x^2 + \dots + x^8)(1 - x + x^2 - \dots + x^8)$ به ازای $x = \sqrt{2}$ کدام است؟

- ۱) ۵۰۷ ۲) ۵۱۱ ۳) ۵۱۲ ۴) ۵۱۶

۱۷) جواب‌های معادله $2x + \sqrt{2x + 5} = 1$ کدام است؟

- ۱) $-\frac{1}{2}$ و -2 ۲) $+2$ ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{1}{2}$ و 2

۱۸) به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، منحنی به معادله $y = (m - 2)x^2 - 2(m + 1)x + 12$ ، محور x ها را در دو نقطه به طول‌های منفی، قطع می‌کند؟

- ۱) $m > 2$ ۲) $-1 < m < 2$ ۳) هر مقدار m ۴) هیچ مقدار m

۱۹) $x = 0$ جواب کدام یک از معادله‌های گویای زیر است؟

- ۱) $\frac{x^2 - 2x}{3x + 1} = \frac{x^2}{x^2 - x}$ ۲) $\frac{3x + 1}{6x + 2} = \frac{4x + 7}{8x - 1}$ ۳) $\frac{x^2 + x - 1}{x + 1} = \frac{x - 1}{3x + 1}$ ۴) $\frac{x}{x} = 1$

۲۰) دو نقطه $A(m - 1, 2)$ و $B(3, m + 4)$ نسبت به خط $x + y = 5$ d قرینه‌اند. m کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخنامه تشریحی

۱ جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ است. داریم:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 15 \\ a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 = 30 \end{cases} \xrightarrow{an=a_1+(n-1)d} \begin{cases} a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d = 15 \\ a_1 + 4d + a_1 + 5d + a_1 + 6d + a_1 + 7d + a_1 + 8d = 30 \end{cases}$$

$$(-5) \times \begin{cases} 4a_1 + 6d = 15 \\ 5a_1 + 30d = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -20a_1 - 30d = -75 \\ 5a_1 + 30d = 30 \end{cases} \Rightarrow -15a_1 = -45 \Rightarrow a_1 = 3, d = \frac{1}{5}$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = 3 + 10\left(\frac{1}{5}\right) = 8$$

۲ $x^2 + x$ را متغیر جدید A در نظر می گیریم. معادله به صورت زیر خواهد شد:

$$A^2 - 18A + 72 = 0 \Rightarrow (A - 12)(A - 6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 12 \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -1 \\ A = 6 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} \alpha' + \beta' = -\frac{b}{a} = -1 \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta + \alpha' + \beta' = -2$$

۳

$$\begin{aligned} x - y + 1 &= 0 \\ x - y - \frac{3}{2} &= 0 \end{aligned}$$

شیب هر دو خط یک است یعنی این دو خط موازی اند یعنی دو ضلع مقابل یک مربع هستند و فاصله بین این دو ضلع مربع را می دهد.

(در محاسبه فاصله بین دو خط موازی حتماً ضرایب x و y در هر دو معادله خط باید یکسان باشند).

$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1 - (-\frac{3}{2})|}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{\frac{5}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5}{2\sqrt{2}}$$

$$S_{\text{مربع}} = (\text{ضلع})^2 = \left(\frac{5}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{25}{8}$$

برای محاسبه فاصله بین دو خط موازی به معادلات $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c' = 0$ از رابطه $d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ استفاده می کنیم.

۴

اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند آنگاه: $b^2 = a \cdot c$ و b واسطه هندسی است.

$$(4\sqrt{2})^2 = 2^a \times 2^b \Rightarrow 2^5 = 2^{a+b} \Rightarrow a + b = 5 \Rightarrow \frac{a+b}{2} = 2.5$$

۵ اگر بهروز بتواند به تنهایی این کار را در k ساعت انجام دهد، فرهاد همان کار را به تنهایی در $k + 9$ ساعت انجام می دهد: آنگاه داریم:

$$\frac{1}{k} + \frac{1}{k+9} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{2k+9}{k \cdot (k+9)} = \frac{1}{20}$$

$$\Rightarrow k^2 + 9k = 40k + 180 \Rightarrow k^2 - 31k - 180 = (k - 36)(k + 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 36 \\ k = -5 \end{cases} \text{ غ ق}$$

۶

روش اول: اگر t ریشه معادله جدید و x ریشه معادله قدیم باشد، داریم:

$$t = \frac{2}{x} \Rightarrow x = \frac{2}{t} \xrightarrow{\text{جایگذاری در معادله قدیم}} \frac{16}{t^2} - \frac{14}{t} + 3 = 0 \xrightarrow{\times t^2} 16 - 14t + 3t^2 = 0 \Rightarrow 3t^2 - 14t + 16 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{مقایسه با } 3x^2 + ax + 10 = 0} a = -14, b = 16$$

روش دوم: ابتدا معادله درجه دومی مینویسیم که ریشه هایش معکوس ریشه های معادله درجه دوم اولیه باشد، سپس معادله درجهی دومی می نویسیم که ریشه هایش دو برابر ریشه های معادله

ثانویه باشد پس جای a ، c را عوض کرده و سپس b را در 2 و c را در 2^2 ضرب کنیم:

$$4x^2 - 7x + 3 = 0 \xrightarrow{\text{معکوس کردن ریشه}} 3x^2 - 7x + 4 = 0 \xrightarrow{\text{دو برابر کردن}} 3x^2 - 14x + 16 = 0$$

این معادله را با $3x^2 + ax + b = 0$ مقایسه می کنیم و داریم:



$$a = -14, \quad b = 16$$

توجه کنید ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ عکس ریشه‌های معادله $cx^2 + bx + a = 0$ است و ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ برابر ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ می‌باشند.

روش اول: هرگاه مختصات سه رأس یک مثلث را داشته باشیم می‌توانیم مساحت مثلث را از این رابطه حساب کنیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۷

$$S = \frac{1}{2} |x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)|$$

$$= \frac{1}{2} |2(0 - 2) + 3(2 - 5) + 0(5 - 0)| = \frac{1}{2} |-4 - 9 + 0| = \frac{13}{2} = 6,5$$

روش دوم: ابتدا طول یکی از اضلاع مانند BC را به دست می‌آوریم و آن را به عنوان قاعده مثلث در نظر می‌گیریم. سپس با پیدا کردن معادله ضلع BC فاصله A را تا این خط پیدا می‌کنیم تا ارتفاع مثلث (AH) معلوم شود و در نهایت مساحت مثلث به دست آید.

$$B(3, 0), \quad C(0, 2) \quad m_{BC} = \frac{2 - 0}{0 - 3} = -\frac{2}{3}$$

$$BC \text{ معادله خط: } y - 0 = -\frac{2}{3}(x - 3) \Rightarrow y + \frac{2}{3}x - 2 = 0$$

$$AH = \frac{|5 + (\frac{2}{3} \times 2) - 2|}{\sqrt{(1)^2 + (\frac{2}{3})^2}} = \frac{3 + \frac{4}{3}}{\sqrt{\frac{13}{9}}} = \frac{\frac{13}{3}}{\frac{\sqrt{13}}{3}} = \sqrt{13}$$

$$BC = \sqrt{(3 - 0)^2 + (0 - 2)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

$$S = \frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} \times \sqrt{13} \times \sqrt{13} = \frac{13}{2} = 6,5$$

ریشه‌های معادله داده شده را α و β در نظر می‌گیریم و طبق فرض $\alpha = 2\beta$ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$\text{می‌دانیم: } \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} \Rightarrow 2\beta^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow \beta^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \beta = \pm \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha = \pm 3$$

می‌دانیم جواب‌های معادله برابر $\alpha + \beta = 3 + \frac{3}{2}$ است:

$$-\frac{a}{2} = \pm 2 \pm \frac{3}{2} = \pm \frac{9}{2} \Rightarrow \alpha = \pm 9$$

طول رأس سهمی برابر $x = -\frac{a}{2(-2)}$ است. پس: ۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$\frac{a}{4} = -1 \Rightarrow a = -4 \Rightarrow y = -2x^2 - 4x - b$$

عرض رأس سهمی به ازای $x = -1$ به دست می‌آید. پس:

$$y = -2(-1)^2 + a(-1) - b = -2 + 4 - b = 4 \Rightarrow b = -2$$

در نتیجه: $ab = 8$

می‌دانیم: اگر n تعداد جملات یک دنباله حسابی با قدرنسبت d و جمله اول a باشد، آنگاه مجموع n جمله اول این دنباله برابر است با: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$S_n = \frac{n}{2} \cdot (2a + (n - 1) \cdot d)$$

کوچک‌ترین عدد دورقمی مضرب ۷ عدد ۱۴ است و بزرگ‌ترین آن عدد $98 = 14 \times 7$ می‌باشد بنابراین تعداد جملات آن:

$$n = \frac{a_n - a}{d} + 1 = \frac{98 - 14}{7} + 1 = 13$$

$$S_n = \frac{13}{2} \cdot (2(14) + 12 \times 7) = 728$$

چون $f(-1) = f(4) = 0$ پس ضابطه f را می‌توانیم به صورت $f(x) = k(x + 1)(x - 4)$ در نظر بگیریم. از طرف دیگر طول رأس سهمی برابر ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$\frac{-1 + 4}{2} = \frac{3}{2} \text{ است و عرض آن برابر } -5 \text{ است. پس:}$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = -5 \Rightarrow k\left(\frac{3}{2} + 1\right)\left(\frac{3}{2} - 4\right) = -5$$

$$-\frac{25}{4}k = -5 \Rightarrow k = \frac{4}{5}$$

$$f(x) = \frac{4}{5}(x + 1)(x - 4) = \frac{4}{5}x^2 - \frac{12}{5}x - \frac{16}{5}$$

پس $a = \frac{4}{5}$, $b = \frac{12}{5}$, $c = -\frac{16}{5}$ و در نتیجه:



$$a + b - c = \frac{4}{5} + \frac{12}{5} + \frac{16}{5} = \frac{32}{5}$$

۱۲) ابتدا معادله‌ی خطی که از دو نقطه‌ی $A(m, -1)$ و $B(1, 1 - 2m)$ می‌گذرد را می‌نویسیم:

$$\frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \rightarrow \frac{y + 1}{x - m} = \frac{-1 - 1 + 2m}{m - 1} = \frac{2m - 2}{m - 1} = \frac{2(m - 1)}{m - 1} = 2$$

$$\rightarrow y + 1 = 2x - 2m \rightarrow y = 2x - 2m - 1$$

چون خط، محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع می‌کند، بنابراین:

$$(0, 3) \in \text{خط} \Rightarrow 3 = 0 - 2m - 1 \Rightarrow m = -2$$

پس معادله‌ی خط به صورت $y = 2x + 4 - 1 = 2x + 3$ است.

حال برای یافتن نقطه‌ی تقاطع خط با محور x ها، $y = 0$ را در معادله‌ی خط قرار می‌دهیم:

$$0 = 2x + 3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

۱۳) راهنمایی: فاصله‌ی AB برابر قطر دایره و وسط AB مرکز دایره است.

اول: مرکز دایره وسط AB است:

$$A(2, -2), B(6, 4) \Rightarrow O\left(\frac{2+6}{2}, \frac{-2+4}{2}\right) = O(4, 1)$$

دوم: شعاع دایره نصف طول AB است:

$$2r = AB = \sqrt{(6-2)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{16+36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \Rightarrow r = \sqrt{13}$$

سوم: فاصله‌ی هر نقطه روی دایره از مرکز برابر با شعاع است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱:

$$(4, 1), (3, 7) \Rightarrow \sqrt{(4-3)^2 + (1-7)^2} = \sqrt{1+36} = \sqrt{37}$$

گزینه ۲:

$$(4, 1), (7, 3) \Rightarrow \sqrt{(7-4)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

گزینه ۳:

$$(4, 1), (6, 6) \Rightarrow \sqrt{(6-4)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{4+25} = \sqrt{29}$$

گزینه ۴:

$$(4, 1), (5, 4) \Rightarrow \sqrt{(5-4)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

۱۴) ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$$x + \sqrt{2x-1} = 3 \Rightarrow \sqrt{2x-1} = 3-x$$

$$\Rightarrow (2x-1) = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow x^2 - 8x + 10 = 0 \quad (I)$$

$$\text{شرایط معادله} \left\{ \begin{array}{l} 2x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2} \\ 3-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \end{array} \right\} \rightarrow \boxed{\frac{1}{2} \leq x \leq 3} \quad (1)$$

$$\xrightarrow{(I)} \Delta = 64 - 40 = 24 \Rightarrow x = \frac{8 \pm 2\sqrt{6}}{2} = 4 \pm \sqrt{6} > 3 \text{ غ ق}$$

$$\xrightarrow{(1)} x = 4 - \sqrt{6} > 0 \text{ جواب}$$

۱۵) با توجه به شکل مختصات رأس سهمی به صورت $S \left| \begin{smallmatrix} -4 \\ +1 \end{smallmatrix} \right|$ و $A \left| \begin{smallmatrix} -4 \\ +1 \end{smallmatrix} \right|$ نقطه دیگری از سهمی است. پس می‌توانیم ضابطه سهمی را به صورت زیر بنویسیم:

$$y = a(x+2)^2 + 3 \xrightarrow{A \left| \begin{smallmatrix} -4 \\ +1 \end{smallmatrix} \right|} 1 = a(-4+2)^2 + 3 \rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

در ضابطه سهمی صدق می‌کند

$$\rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3 \rightarrow f(-1) = -\frac{1}{2}(-1+2)^2 + 3 = 2,5$$

۱۶) تذکر: در دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدر نسبت q داریم:

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \text{ مجموع } n \text{ جمله اول}$$

روش اول:



$$\begin{aligned} \overbrace{(1+x+x^2+\dots+x^8)}^{a_1=1, q=x, s_9=?} \overbrace{(1-x+x^2-\dots+x^8)}^{a_1=1, q=-x, s_9=?} &= \left(\frac{1 \times (1-x^9)}{1-x}\right) \left(\frac{1 \times (1-(-x)^9)}{1+x}\right) \\ &= \frac{(1-x^9)(1+x^9)}{(1-x)(1+x)} = \frac{1-(x^9)^2}{1-x^2} \stackrel{x=\sqrt{2}}{=} \frac{1-2^9}{1-2} = 2^9 - 1 = 512 - 1 = 511 \end{aligned}$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} x^n - 1 &= (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + 1) \Rightarrow x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + 1 = \frac{x^n - 1}{x - 1} \\ x^n + 1 &= (x+1)(x^{n-1} - x^{n-2} + \dots + 1) \Rightarrow x^{n-1} - x^{n-2} + \dots + 1 = \frac{x^n + 1}{x + 1} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{x^9 - 1}{x - 1}\right) \cdot \left(\frac{x^9 + 1}{x + 1}\right) = \frac{x^{18} - 1}{x^2 - 1} = \frac{(\sqrt{2})^{18} - 1}{(\sqrt{2})^2 - 1} = 512 - 1 = 511$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$\begin{aligned} 2x + \sqrt{2x+5} &= 1 \Rightarrow \sqrt{2x+5} = 1 - 2x \xrightarrow{\text{توان ۲}} 2x + 5 = 1 + 4x^2 - 4x \\ \Rightarrow 4x^2 - 6x - 4 &= 0 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 + 16 = 25 \Rightarrow x = \frac{3 \pm 5}{4} = 2, -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

حال ریشه‌ها را در معادله امتحان می‌کنیم:

$$x = 2 \Rightarrow 4 + \sqrt{4+5} = 1 \Rightarrow 4 + 3 = 1 \text{ غلط} \Rightarrow x = 2 \text{ غق ق}$$

$$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow -1 + \sqrt{-1+5} = 1 \Rightarrow -1 + 2 = 1 \Rightarrow 1 = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ قابل قبول}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

سهی موردنظر محور x ها را در دو نقطه به طول منفی قطع می‌کند، یعنی معادله زیر دو ریشه منفی دارد. پس باید سه شرط $\Delta > 0$ (زیرا دو ریشه دارد) و $\frac{c}{a} > 0$ (ضرب دو عدد منفی، مثبت است) و $-\frac{b}{a} < 0$ (جمع دو عدد منفی، منفی است) را لحاظ کنیم.

$$\begin{aligned} (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 12 &= 0 \\ \Delta = b^2 - 4ac > 0 &\Rightarrow (-2(m+1))^2 - 4(m-2)(12) > 0 \\ \Rightarrow 4(m^2 + 2m + 1 - 12m + 24) > 0 &\xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر ۴}} (m^2 - 10m + 25) > 0 \Rightarrow (m-5)^2 > 0 \\ \Rightarrow m \in R - \{5\} \\ \frac{c}{a} > 0 &\Rightarrow \frac{12}{m-2} > 0 \Rightarrow m-2 > 0 \Rightarrow m > 2 \quad (1) \\ -\frac{b}{a} < 0 &\Rightarrow \frac{2(m+1)}{m-2} < 0 \xrightarrow{m-2>0} m+1 < 0 \Rightarrow m < -1 \quad (2) \end{aligned}$$

مجموعه‌های (۱) و (۲) هیچ اشتراکی ندارد.

در گزینه‌های ۱ و ۴ مقدار $x = 0$ ریشه مخرج کسرها است. پس جواب قابل قبولی نیست.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹

بررسی گزینه‌های ۲ و ۳:

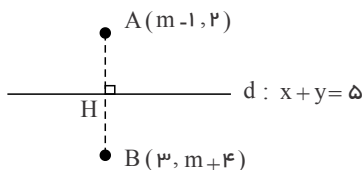
گزینه ۲:

$$\frac{2x+1}{6x+2} = \frac{4x+7}{8x-1} \xrightarrow{x=0} \frac{1}{2} = -7 \Rightarrow x = 0 \text{ جواب نیست}$$

گزینه ۳:

$$\frac{x^2+x-1}{x+1} = \frac{x-1}{2x+1} \xrightarrow{x=0} -1 = -1 \Rightarrow x = 0 \text{ جواب است}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

با توجه به شکل مقابل نقطه H وسط AB روی خط d قرار دارد.

$$\begin{aligned} H &= \frac{A+B}{2} \Rightarrow H = \left(\frac{m-1+3}{2}, \frac{m+4+2}{2}\right) = \left(\frac{m+2}{2}, \frac{m+6}{2}\right) \Rightarrow x+y=5 \\ \Rightarrow \frac{m+2}{2} + \frac{m+6}{2} &= 5 \Rightarrow m+2+m+6=10 \Rightarrow 2m=2 \Rightarrow m=1 \end{aligned}$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴



نام آزمون: جامع تستی یازدهم

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۷

زمان برگزاری: ۹۰ دقیقه

۲۱ دو کرهٔ رسانای مشابه کوچک دارای بارهای الکتریکی $+۰٫۲mC$ و $-۶٫۲mC$ در فاصلهٔ d از یکدیگر نیروی الکتریکی‌ای به بزرگی $۲٫۴۸N$ را به هم وارد می‌کنند. اگر این دو کره را با هم تماس دهیم و سپس در فاصلهٔ $۳d$ از یکدیگر قرار دهیم، اندازهٔ نیروی الکتریکی‌ای که دو کره بر یکدیگر وارد می‌کنند، چند نیوتون می‌شود؟

۳۶ (۴)

۱۲ (۳)

۶ (۲)

۲ (۱)

۲۲ یک تیغه‌ی پلاستیکی را با پارچه‌ی پشمی مالش می‌دهیم. اگر تیغه‌ی پلاستیکی باردار را به کلاهک یک الکتروسکوپ بدون بار نزدیک کنیم، علامت بار الکتریکی ورقه‌ها و کلاهک الکتروسکوپ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

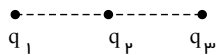
(۴) مثبت - منفی

(۳) منفی - منفی

(۲) منفی - مثبت

(۱) مثبت - مثبت

۲۳ سه بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 ، q_2 و q_3 روی یک خط راست مطابق شکل زیر ثابت شده‌اند. بارهای q_2 و q_3 هم‌دیگر را می‌رانند و بار q_1 مثبت است. اگر جهت برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 به سمت چپ باشد، نوع بار q_2 و q_3 به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



(۲) منفی - مثبت

(۱) مثبت - منفی

(۴) مثبت - مثبت

(۳) منفی - منفی

۲۴ دو بار الکتریکی $۴nC$ و $۵mC$ در فاصلهٔ $۳۰cm$ از هم قرار دارند. نیروی الکتریکی بین آنها چند نیوتون و از چه نوعی است؟

$$k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

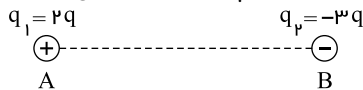
(۴) ۲ و جاذبه

(۳) ۲ و دافعه

(۲) ۰٫۲ و جاذبه

(۱) ۰٫۲ و دافعه

۲۵ مطابق شکل دو بار الکتریکی q_1 و q_2 در نقاط A و B قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی وارد بر q_1 را با $\vec{F}$ نمایش دهیم، نیروی الکتریکی وارد بر q_2 کدام است؟



(۴) $-\frac{۲}{۳}\vec{F}$

(۳) $-\frac{۳}{۲}\vec{F}$

(۲) $\vec{F}$

(۱) $-\vec{F}$

۲۶ دو ذرهٔ باردار ۲۰ میکروکولنی به ترتیب در مکان‌های $x_1 = ۱۰cm$ و $x_2 = -۱۰cm$ بر روی محور x قرار دارند. بار چند میکروکولنی را در $x = ۰$ قرار دهیم تا هر سه بار الکتریکی در حال تعادل باشند؟

(۴) -۵

(۳) ۵

(۲) -۱۰

(۱) ۱۰



۲۷) یک میلهٔ سربی را با پارچه‌ای ابریشمی مالش می‌دهیم و آن را به آرامی به کلاهک الکتروسکوپ بدون باری نزدیک می‌کنیم. زمانی که این میله در نزدیکی کلاهک الکتروسکوپ قرار می‌گیرد. بار الکتریکی القا شده در کلاهک و ورقه‌های الکتروسکوپ به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

سری الکتریسیتهٔ مالشی
انتهای مثبت
موی انسان
سرب
ابریشم
تفلون
انتهای منفی

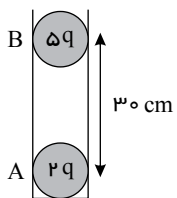
۴) منفی - منفی

۳) منفی - مثبت

۲) مثبت - منفی

۱) مثبت - مثبت

۲۸) در شکل زیر، دو گوی مشابه که جرم هر یک $4g$ است، درون لولهٔ شیشه‌ای بدون اصطکاکی در حالت تعادل قرار دارند. اندازهٔ بار گلولهٔ B چند میکروکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}, g = 10 \frac{m}{s^2})$



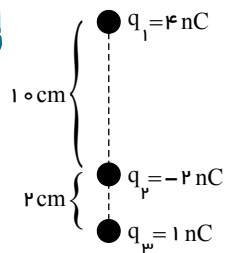
۲) ۰٫۴

۱) ۰٫۲

۴) ۱

۳) ۰٫۸

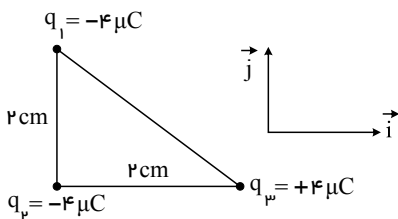
۲۹) در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در یک راستای قائم قرار گرفته‌اند. اگر بارهای q_1 و q_2 در جای خود ثابت باشند، جرم بار q_3 چند کیلوگرم باشد تا در حال تعادل قرار گیرد؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \text{ و } g = 10 \frac{N}{kg})$



کیلوگرم باشد تا در حال تعادل قرار گیرد؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \text{ و } g = 10 \frac{N}{kg})$

۲) $\frac{5}{4} \times 10^{-5}$ ۱) $\frac{4}{5} \times 10^{-5}$ ۴) $\frac{4}{17} \times 10^{-6}$ ۳) $\frac{17}{4} \times 10^{-6}$

۳۰) مطابق شکل زیر، سه بار نقطه‌ای $q_1 = -4 \mu C$ ، $q_2 = -4 \mu C$ ، $q_3 = +4 \mu C$ بر روی رئوس یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین قرار گرفته‌اند. برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 برابر F است. چه نیرویی در SI به بار q_2 وارد شود تا در حالت تعادل قرار گیرد؟

۲) $720\vec{i} - 720\vec{j}$ ۱) $-360\vec{i} + 360\vec{j}$ ۴) $-720\vec{i} + 720\vec{j}$ ۳) $360\vec{i} - 360\vec{j}$

۳۱) وضعیت قرارگیری دو مادهٔ A و B در سری الکتریسیتهٔ مالشی به صورت زیر است. اگر مادهٔ A را با مادهٔ B مالش دهیم، بار الکتریکی مادهٔ B چند میکروکولن می‌تواند باشد؟ $(e = 1.6 \times 10^{-19} C)$

انتهای مثبت سری
A

B
انتهای منفی سری

۲) -4.8×10^{-13} ۱) 4.8×10^{-13} ۴) -3.6×10^{-13} ۳) 3.6×10^{-13}

۳۲) جسمی دارای بار الکتریکی منفی است. اگر تعداد 8×10^{12} الکترون به آن بدهیم، بار الکتریکی آن ۳ برابر بار اولیه می‌شود، بار اولیهٔ جسم چند نانو کولن است؟ $(e = 1.6 \times 10^{-19} C)$

۴) -۴۲۷

۳) -۶۴۰

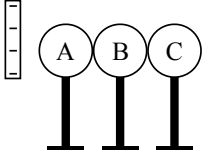
۲) -۶٫۴

۱) -۴٫۲۷

۳۳) یک میله ابونیتی را پس از مالش با پارچه پشمی به کلاهک یک برق‌نمای بدون بار نزدیک می‌کنیم. سپس برای یک لحظه انگشت خود را به کلاهک تماس می‌دهیم. اگر پیش از برداشتن انگشت، میله را دور کنیم، چه روی می‌دهد؟ (میله دارای بار منفی است).

- ۱) برق‌نما خنثی می‌شود. ۲) برق‌نما بار منفی بیشتری پیدا می‌کند. ۳) برق‌نما بار مثبت بیشتری پیدا می‌کند. ۴) بار برق‌نما هیچ تغییری نمی‌کند.

۳۴) مطابق شکل زیر، میله‌ای با بار الکتریکی منفی را به سه کره رسانای A ، B و C که در تماس با هم قرار دارند و در ابتدا خنثی هستند، نزدیک کرده و نگه می‌داریم. اگر در این حالت کره B را از بین دو کره خارج کنیم و سپس میله باردار را دور کنیم، علامت بار کره‌های A ، B و C به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (پایه‌ها عایق هستند).



- ۱) مثبت، مثبت، منفی ۲) منفی، مثبت، مثبت ۳) مثبت، خنثی، منفی ۴) منفی، خنثی، مثبت

۳۵) دو کره فلزی مشابه دارای بارهای الکتریکی $q_1 = +12\mu C$ و $q_2 = -4\mu C$ روی دو پایه عایق نصب شده‌اند. هرگاه این دو کره را با یکدیگر تماس داده و سپس از هم جدا سازیم، بار الکتریکی هر کره چند میکروکولن می‌شود؟

- ۱) ۸ ۲) ۴ ۳) ۱۶ ۴) ۱۲



پاسخنامه تشریحی

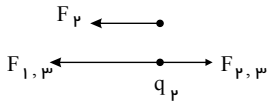
۲۱) با توجه به اینکه مجموع بار دو کره قبل و بعد از اتصال نباید تغییر کند (پایستگی بار) و اینکه بار نهایی دو کره با هم برابر می شود می توانیم بنویسیم:

$$q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2 \xrightarrow{q'_1 = q'_2} q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} \rightarrow q'_1 = q'_2 = \frac{+2\text{ } + (-6\text{ })}{2} = -3\text{mC}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1| |q'_2|}{|q_1| |q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \rightarrow \frac{F'}{2\text{N}} = \frac{3 \times 3}{2 \times 6} \times \left(\frac{d}{3d}\right)^2 \rightarrow F' = 2\text{N}$$

۲۲) وقتی تیغه ی پلاستیکی را با پارچه ی پشمی مالش می دهیم، تیغه ی پلاستیکی دارای بار منفی می شود. با نزدیک نمودن تیغه ی پلاستیکی به کلاهک یک الکتروسکوپ خنثی، بارهای منفی از کلاهک دور شده و در ورقه های الکتروسکوپ القا می شوند. بنابراین ورقه ها دارای بار منفی و کلاهک دارای بار مثبت می شود.

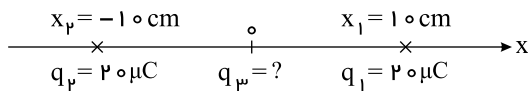
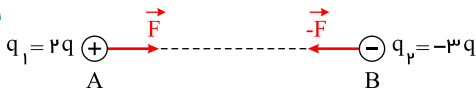
۲۳) مطابق شکل زیر چون بارهای q_2 و q_3 یکدیگر را دفع می کنند، بنابراین نیروی وارد از بار q_2 بر بار q_3 به سمت راست می باشد و چون برایندهای وارد بر بار q_3 به سمت چپ است، لذا بایستی نیروی وارد بر بار q_3 از طرف بار q_1 به سمت چپ باشد یعنی بار q_1 بار q_3 را جذب کند، چون $q_1 > 0$ است لذا $q_3 < 0$ است و چون بارهای q_2 و q_3 یکدیگر را دفع می کنند، هم نام هستند و $q_2 < 0$ است.



$$F = \frac{k|q_1||q_3|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-9} \times 5 \times 10^{-9}}{(30 \times 10^{-2})^2} = \frac{180 \times 10^{-9}}{900 \times 10^{-4}} = 2\text{N}$$

بارها همان هستند، پس نیرو دافعه است.

۲۵) با توجه به اینکه بارهای q_1 و q_2 ناهمنام هستند، نیروی ربایشی به هم وارد می کنند. از طرفی با توجه به قانون سوم نیوتون، نیرویی که بارها به هم وارد می کنند، هم اندازه هستند، پس نیروی وارد بر بار q_2 با $-\vec{F}$ برابر است.

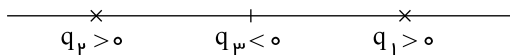


۲۶) با توجه به مختصات قرارگیری ذرات باردار، آرایش مکانی آنها به صورت زیر است:

حال اگر تعادل یکی از بارهای q_1 یا q_2 را (در اینجا q_1 را در نظر می گیریم) بررسی کنیم داریم:

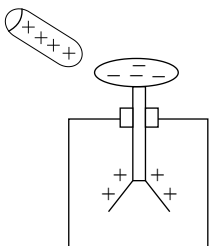
$$F_1 = 0 \Rightarrow |F_{21}| = |F_{31}| \Rightarrow \frac{k|q_2q_1|}{r_{21}^2} = \frac{k|q_3q_1|}{r_{31}^2} \Rightarrow \frac{20 \times 20}{20^2} = \frac{|q_3| \times 20}{10^2} \Rightarrow |q_3| = 5\mu\text{C}$$

از طرفی می دانیم که اگر بخواهند هر سه ذره باردار در حال تعادل باشند، باید علامت آنها یکی درمیان متفاوت باشد، یعنی:



که در آخر داریم:

$$q_3 = -5\mu\text{C}$$



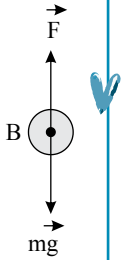
۲۷) از آنجا که در سری الکتریسیته مالشی ابریشم پایین تر از سرب قرار دارد، پس الکترون خواهی بیشتری دارد و با مالش میله سربی با پارچه ابریشمی، میله دارای بار مثبت می شود. مطابق شکل، با نزدیک کردن این میله به کلاهک الکتروسکوپی خنثی، بارهای منفی نزدیک به میله و روی کلاهک و بارهای مثبت دور از میله و روی ورقه ها جمع می شوند.

۲۸) برای آنکه دو گوی در فاصله 30cm از هم قرار گیرند و در حالت تعادل باشند، باید نیروی وزن گلوله بالایی با نیروی کولنی وارد بر آن برابر و در خلاف جهت



$$F = mg \Rightarrow k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = mg \Rightarrow \frac{10kq^2}{r^2} = mg \Rightarrow \frac{10 \times 9 \times 10^9 \times q^2}{9 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow q^2 = \frac{4 \times 10^{-4}}{10^{10}} = 4 \times 10^{-14}$$

$$\Rightarrow q = 2 \times 10^{-7} C = 0.2 \mu C$$

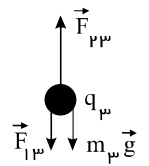


لذا بار گلوله B برابر است با:

$$\Delta q = 5 \times 0.2 = 1 \mu C$$

با توجه به شکل زیر، شرط تعادل بار q_p به صورت زیر خواهد بود:

$$F_{pr} = F_{1r} + m_p g$$



$$\Rightarrow \frac{k|q_1||q_p|}{r_{1p}^2} = \frac{k|q_1||q_p|}{r_{1r}^2} + m_p g$$

$$\Rightarrow \frac{(9 \times 10^9)(2 \times 10^{-9})(1 \times 10^{-9})}{(2 \times 10^{-2})^2} = \frac{(9 \times 10^9)(4 \times 10^{-9})(1 \times 10^{-9})}{(12 \times 10^{-2})^2} + 10m_p$$

$$\Rightarrow \frac{9}{2} \times 10^{-5} = \left(\frac{1}{4} \times 10^{-5}\right) + 10m_p \Rightarrow 10m_p = \frac{17}{4} \times 10^{-5} \Rightarrow m_p = \frac{17}{4} \times 10^{-6} kg$$

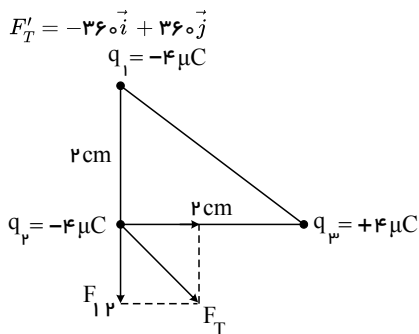
ابتدا نیروهایی که هر یک از بارهای q_1 و q_p به بار q_r وارد می‌کند را به دست می‌آوریم:

$$F_{1r} = \frac{k|q_1||q_r|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-6}} = 360 N$$

$$F_{pr} = \frac{k|q_p||q_r|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-6}} = 360 N$$

$$\Rightarrow \vec{F}_T = F_{pr}\vec{i} - F_{1r}\vec{j} \Rightarrow \vec{F}_T = 360\vec{i} - 360\vec{j}$$

نیروی هم‌اندازه F_T ولی در خلاف جهت آن، باید به بار q_p وارد شود تا در تعادل باشد:



می‌دانیم این جدول، موسوم به سری الکتريسيته مالشي (تريبو الکتريک؛ *tribo* در زبان یونانی به معنای مالش است) می‌باشد. در این جدول مواد پایین‌تر، الکترون خواهی بیشتری دارند؛ یعنی اگر دو ماده در این جدول در تماس با یکدیگر قرار گیرند، الکترون‌ها از ماده بالاتر جدول به ماده‌ای که پایین‌تر قرار دارند منتقل می‌شود.

نکته دوم: بار الکتريکی یک کميت کوانتومي است. یعنی مضرب درستي از بار الکتريکی e است: ($q = \pm ne$ و $n \in \mathbb{N}$). از طرف دیگر بار ماده B باید منفي باشد: $q = -ne$ ؛ یعنی:

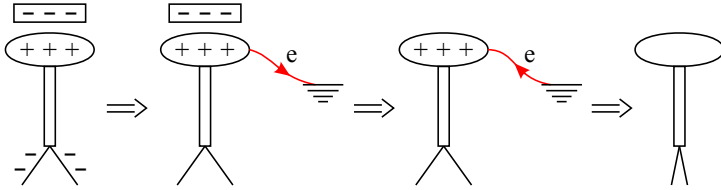
$$\frac{q}{e} = -n$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} C \rightarrow \begin{cases} \frac{3.6 \times 10^{-13}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.25 \notin \mathbb{N} \\ \frac{4.8 \times 10^{-13}}{1.6 \times 10^{-19}} = 3 \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow q_B = -4.8 \times 10^{-13} \mu C$$

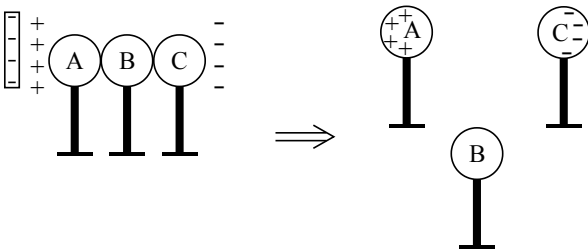
$$q_2 = q_1 + (8 \times 10^{12})(-1.6 \times 10^{-19} C) = 3q_1$$

$$2q_1 = -12.8 \times 10^{-9} C \rightarrow q_1 = -6.4 \times 10^{-9} C = -640 \times 10^{-12} C \rightarrow \boxed{q_1 = -640 \text{ nC}}$$

میله ابونیتی پس از مالش با پارچه پشمی بار منفی پیدا می کند و هنگامی که نزدیک برق نما می شود بار کلاهیک را + و بار صفحات را - می کند. حال اگر دست خود را به کلاهیک تماس دهیم، الکترون های برق نما از آن رانده شده و وارد انگشت ما می شود و اگر میله را دور کنیم، مجدد الکترون ها به الکتروسکوپ برمی گردند و الکتروسکوپ (برق نما) خنثی می شود. شکل زیر می تواند گویای همه چیز باشد:



با نزدیک کردن میله منفی به کره ها، بار الکتریکی به صورت شکل زیر القا می شود که با حذف کره B در حضور میله، خواهیم داشت.



چون کره ها مشابه هستند، مجموع جبری بارها به طور مساوی بین دو کره تقسیم می شود.

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{(+12) + (-4)}{2} = +4 \mu C$$

پاسخنامه کلیدی

۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴

۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴

۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴



نام آزمون: جامع تستی یازدهم

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۷

زمان برگزاری: ۹۰ دقیقه

۳۶) ضریب استوکیومتری کدام ماده، پس از موازنه معادله واکنش: $CaSiO_3(s) + HF(aq) \rightarrow CaF_2(aq) + SiF_4(g) + H_2O(l)$ بیشتر است؟

۴) CaF_2

۳) HF

۲) $CaSiO_3$

۱) H_2O

۳۷) تعداد مول مواد در کدام گزینه دو برابر تعداد مول $3/2$ گرم CH_4 است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16, S = 32 : g \cdot mol^{-1}$)

۲) 16 گرم SO_3 و $2,408 \times 10^{23}$ مولکول C_2H_6

۱) $18,4$ گرم C_2H_5OH و $1,204 \times 10^{23}$ مولکول O_2

۴) $6,4$ گرم O_2 و $1,204 \times 10^{23}$ مولکول SO_3

۳) 12 گرم C_2H_6 و $2,408 \times 10^{23}$ مولکول C_2H_5OH

۳۸) چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- جرم یک مول اتم بر حسب amu ، به عنوان جرم مولی آن اتم در نظر گرفته می شود.
- اتم ها به قدری ریز هستند که نمی توان با هیچ دستگاهی شمار آنها را به دست آورد.
- رایج ترین یکای اندازه گیری جرم عناصرها در آزمایشگاه، amu است.
- با تعریف amu ، شیمی دان ها موفق شدند علاوه بر جرم اتمی دیگر عناصرها، جرم ذره های زیراتمی را نیز اندازه گیری کنند.

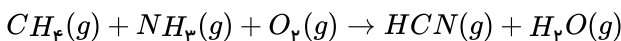
۴) چهار

۳) سه

۲) دو

۱) یک

۳۹) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش زیر، پس از موازنه معادله آن، کدام است؟



۴) ۱۵

۳) ۱۴

۲) ۱۳

۱) ۱۲

۴۰) میانگین جرم هر اتم هیدروژن $1,66 \times 10^{-24}$ یا $1 amu$ است. از این رو نمونه ای یک گرمی از عنصر هیدروژن شامل اتم و مول است. بنابراین جرم اتمی میانگین اتم هیدروژن به تقریب برابر با گرم بر مول است.

۲) $1 - 1 - 6,02 \times 10^{23}$

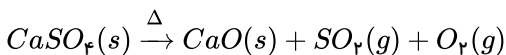
۱) $1 - 0,1 - 6,02 \times 10^{-23}$

۴) $1,66 \times 10^{-24} - 1 - 6,02 \times 10^{-23}$

۳) $1,66 \times 10^{-24} - 0,1 - 6,02 \times 10^{23}$

۴۱) از تجزیه مقدار کلسیم سولفات دارای ناخالصی بر اثر حرارت، $13,44$ لیتر گاز پس از تبدیل به شرایط استاندارد تشکیل می شود. اگر جرم ناخالصی باقیمانده، برابر $13,6$ گرم باشد، درصد خلوص کلسیم سولفات در مخلوط آغازی کدام است؟

($O = 16, S = 32, Ca = 40 : \frac{g}{mol^{-1}}$) معادله واکنش موازنه شود،



۴) ۹۰

۳) ۸۵

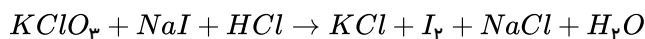
۲) ۸۰

۱) ۷۵

۴۲) کدام مورد درست است؟ ($Na = 23, Al = 27, Ar = 40, Ca = 40 : g \cdot mol^{-1}$)

- ۱) با توجه به جایگاه عناصر در جدول، جرم یک مول Zn^{2+} می تواند با تقریب خوبی، برابر با جرم یک مول Cu^+ باشد.
- ۲) جرم یک مول اتم روییدیم، با تقریب خوبی، برابر با جرم یک مول از یون پایدار آن است.
- ۳) شمار اتم ها در یک مول سدیم، 575 برابر شمار اتم ها در یک مول کلسیم است.
- ۴) جرم $1,5$ مول گاز آرگون، بیشتر از جرم $1,806 \times 10^{24}$ اتم آلومینیم است.

۴۳) پس از موازنه واکنش زیر، نسبت مجموع ضرایب فرآورده‌ها به مجموع ضرایب مواد واکنش دهنده کدام است؟



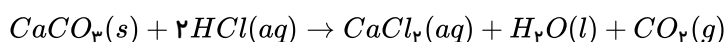
۱) $\frac{3}{4}$ (۴)

۲) $\frac{3}{5}$ (۳)

۳) $\frac{9}{14}$ (۲)

۴) ۱

۴۴) ۴۰ گرم کلسیم کربنات با ۴۰ درصد ناخالصی در یک ظرف سرباز، مطابق معادله زیر با مقدار کافی هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد. پس از پایان واکنش، تفاوت جرم مخلوط موجود در ظرف واکنش با مقدار اولیه برابر چند گرم است و در این فرایند، چند میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید ۲ مولار مصرف می‌شود؟ ($Ca = 40, C = 12, O = 16, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)



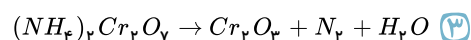
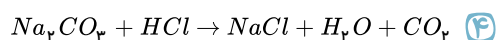
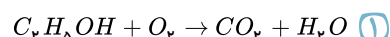
۱) $240 - 70.4$ (۲)

۲) $160 - 70.4$ (۳)

۳) $240 - 107.56$ (۴)

۴) $160 - 107.56$

۴۵) مجموع ضرایب مواد فراورده در معادله موازنه شده کدام واکنش، بزرگ‌تر است؟



۴۶) بر پایه واکنش: $2HCl(aq) + FeS(s) \rightarrow FeCl_2(aq) + H_2S(g)$ ، اگر ۳٫۱۵ گرم از یک نمونه آهن (II) سولفید ناخالص با هیدروکلریک اسید کافی واکنش دهد و ۴۴۸ میلی‌لیتر گاز در شرایط STP آزاد شود، درصد خلوص تقریبی آهن (II) سولفید در این نمونه کدام است و چند گرم آهن (II) کلرید در این واکنش تشکیل می‌شود؟

(ناخالصی با اسید واکنش نمی‌دهد، $S = 32, Cl = 35.5, Fe = 56 : g \cdot mol^{-1}$)

۱) $3.27.56$ (۲)

۲) $2.54.76$ (۳)

۳) $3.27.56$ (۴)

۴) $2.27.76$

۴۷) شمار اتم‌ها در چند گرم متانئیک اسید ($HCOOH$) دو برابر شمار مولکول‌ها در دو لیتر کربن دی‌اکسید با چگالی $1.76 g \cdot L^{-1}$ است؟

($O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

۱) 0.368 (۲)

۲) 1.472 (۳)

۳) 0.736 (۴)

۴) 2.944

۴۸) تعداد اتم‌های موجود در چند گرم پتاسیم با تعداد مولکول‌های موجود در ۱۱ گرم کربن دی‌اکسید برابر است؟

($K = 39, O = 16, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$)

۱) 8.75 (۲)

۲) 9.25 (۳)

۳) 8.25 (۴)

۴) 9.75

۴۹) هر مول یون $^{27}_{13}Al^{3+}$ دارای x عدد الکترون و هر مول یون $^{37}_{17}Cl^{-}$ دارای y مول نوترون است. مقدار $\frac{x}{y}$ چقدر است؟

۱) 0.5 (۲)

۲) 2 (۳)

۳) 3.01×10^{23} (۴)

۴) 1.202×10^{24}

۵۰) اگر تعداد اتم‌های هیدروژن در نمونه‌ای از C_2H_6 برابر تعداد اتم‌های کربن در نمونه‌ای از $C_6H_{12}O_6$ باشد، جرم نمونه C_2H_6 به جرم $C_6H_{12}O_6$ کدام است؟ ($C = 12, H = 1, O = 16 g \cdot mol^{-1}$)

۱) $\frac{1}{3}$ (۲)

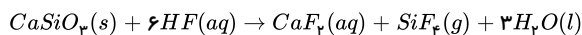
۲) $\frac{1}{6}$ (۳)

۳) ۳ (۴)

۴) ۶

پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶



با توجه به واکنش موازنه شده، بیشترین ضرایب استوکیومتری مربوط به ترکیب HF است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷

ابتدا تعداد مول CH_4 را محاسبه می کنیم و آن را دو برابر می کنیم تا تعداد مول مواد در گزینه جواب به دست آید:

$$\begin{cases} CH_4 \Rightarrow 12 + 4(1) = 16 g \cdot mol^{-1} \\ ?mol = 3.2 g \times \frac{1 mol}{16 g} = 0.2 mol \end{cases} \Rightarrow CH_4 \text{ تعداد مول} = 0.4 mol$$

گزینه ۱: نادرست

$$\begin{cases} C_2H_5OH = 46 g \cdot mol^{-1} \\ ?mol = 18.4 g \times \frac{1 mol}{46 g} = 0.4 mol \end{cases} \Rightarrow ?mol O_2 = 1.2 \times 10^{22} \times \frac{1 mol}{6.02 \times 10^{23}} = 0.2 mol$$

گزینه ۲: نادرست

$$\begin{cases} SO_2 = 64 g \cdot mol^{-1} \\ ?mol = 16 g \times \frac{1 mol}{64 g} = 0.25 mol \end{cases} \Rightarrow ?mol C_2H_6 = 2.4 \times 10^{22} \times \frac{1 mol}{6.02 \times 10^{23}} = 0.4 mol$$

گزینه ۳: درست

$$\begin{cases} C_2H_6 = 30 g \cdot mol^{-1} \\ ?mol = 12 g \times \frac{1 mol}{30 g} = 0.4 mol \end{cases} \Rightarrow ?mol C_2H_5OH = 2.4 \times 10^{23} \times \frac{1 mol}{6.02 \times 10^{23}} = 0.4 mol$$

گزینه ۴: نادرست

$$\begin{cases} O_2 = 32 g \cdot mol^{-1} \\ ?mol = 6.4 g \times \frac{1 mol}{32 g} = 0.2 mol \end{cases} \Rightarrow ?mol SO_2 = 1.2 \times 10^{23} \times \frac{1 mol}{6.02 \times 10^{23}} = 0.2 mol$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸ عبارت های دوم و چهارم درست هستند.

بررسی همه موارد:

عبارت اول: جرم یک مول اتم بر حسب جرم مولی آن اتم نامیده می شود.

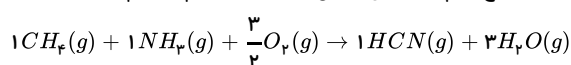
عبارت دوم: اتم ها به قدری ریز هستند که نمی توان با هیچ دستگاهی شمار آنها را به دست آورد.

عبارت سوم: رایج ترین یکای اندازه گیری جرم عناصر در آزمایشگاه، گرم است.

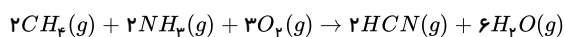
عبارت چهارم: شیمی دان ها با تعریف amu موفق شدند علاوه بر جرم اتمی دیگر عناصر، جرم ذره های زیراتمی را نیز اندازه گیری کنند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹

اگر موازنه را از ترکیبی که بیشتر انواع عناصر را دارد یعنی هیدروژن سیانید (HCN) شروع کنیم و به روش واریسی آن را تکمیل کنیم خواهیم داشت:



برای از بین رفتن ضرایب کسری، همه ضرایب را در ۲ ضرب می کنیم.



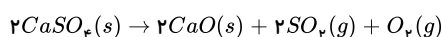
همان طور که مشخص است، مجموع ضرایب استوکیومتری گونه های شرکت کننده در واکنش برابر ۱۵ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰

$$?atom H = 1gH \times \frac{1 atom H}{1.66 \times 10^{-24} gH} = 6.02 \times 10^{23} atom H$$

شیمی دان ها به 6.02×10^{23} از هر ذره یک مول از آن ذره می گویند و جرم یک مول ذره بر حسب گرم، جرم مولی آن نامیده می شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱



$$?g CaSO_4 = 13.44 L \text{ گاز} \times \frac{1 mol \text{ گاز}}{22.4 L} \times \frac{1 mol CaSO_4}{3 mol \text{ گاز}} \times \frac{136 g CaSO_4}{1 mol CaSO_4} = 27.6 g$$

$$CaSO_4 \text{ درصد خلوص} = \frac{\text{جرم خلوص}}{\text{جرم ناخالص}} \times 100 \Rightarrow \frac{27.6}{27.6 + 13.6} \times 100 = 80\%$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۲ بررسی گزینه ها:

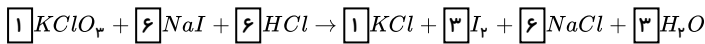


- (۱) عناصر روی و مس در حداقل یک پروتون (بدون در نظر گرفتن نوترون‌ها) تفاوت دارند که قابل چشم‌پوشی نیست.
- (۲) تفاوت اتم روبیدیم با یون آن در یک الکترون بوده که قابل صرف‌نظر است و این گزینه صحیح است.
- (۳) شمار اتم‌ها در یک مول از هر عنصری برابر با عدد آووگادرو می‌باشد.
- (۴)

$$1,806 \times 10^{24} \text{ atom Al} \times \frac{1 \text{ mol Al}}{6,02 \times 10^{23} \text{ atom Al}} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} = 81 \text{ g Al}$$

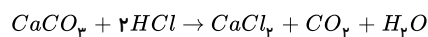
$$1,8 \text{ mol Ar} \times \frac{40 \text{ g Ar}}{1 \text{ mol Ar}} = 60 \text{ g Ar} \quad 60 < 81 \rightarrow \text{نادرست است.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۳



$$\frac{\text{مجموع ضرایب فرآورده}}{\text{مجموع ضرایب واکنش‌دهنده}} = \frac{13}{13} = 1$$

- (۴۴) در این واکنش فقط CO_2 به صورت گازی بوده و از ظرف خارج می‌شود؛ بنابراین تفاوت جرم مخلوط، مربوط به CO_2 تولید شده است. با توجه به این‌که ناخالصی کلسیم کربنات ۴۰ درصد است، خلوص آن ۶۰ درصد می‌باشد:

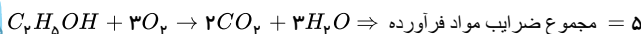


$$? \text{ g CO}_2 = 40 \times \frac{60}{100} \text{ g CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 10,56 \text{ g}$$

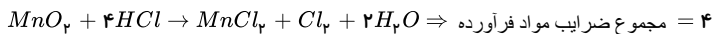
$$? \text{ mL HCl} = 40 \times \frac{60}{100} \text{ g CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3} \times \frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{1 \text{ L HCl}}{2 \text{ mol HCl}} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 240 \text{ mL}$$

- (۴۵) معادله موازنه‌شده واکنش‌ها به صورت زیر است:

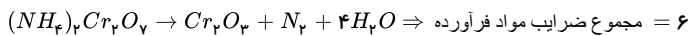
گزینه ۱:



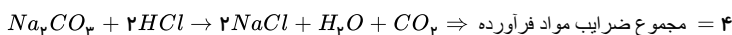
گزینه ۲:



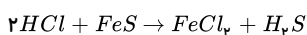
گزینه ۳:



گزینه ۴:



۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶



آهن سولفید ناخالص میلی لیتر گاز

$$\frac{3,15 \times x}{88 \times 1 \times 100} = \frac{448}{22400 \times 1} \rightarrow x = 56\% \text{ درصد خلوص}$$

$$\frac{448}{22400 \times 1} = \frac{x}{127 \times 1} \rightarrow x = 2,54 \text{ مقدار FeCl}_2 \text{ تولیدی}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۷

$$2 \text{ L CO}_2 \times \frac{1,76 \text{ g CO}_2}{1 \text{ L CO}_2} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{N_A \text{ مولکول CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{2 \text{ اتم (HCOOH)}}{1 \text{ مولکول CO}_2} \times \frac{1 \text{ HCOOH مولکول}}{5 \text{ اتم (HCOOH)}} \times \frac{1 \text{ mol HCOOH}}{N_A \text{ مولکول HCOOH}} \times \frac{46 \text{ g HCOOH}}{1 \text{ mol HCOOH}} = 1,472 \text{ g HCOOH}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۸

$$11 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{N_A \text{ molecule CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 0,25 N_A \text{ molecule CO}_2$$

$$0,25 N_A \text{ atom K} \times \frac{1 \text{ mol K}}{N_A \text{ atom K}} \times \frac{39 \text{ g K}}{1 \text{ mol K}} = 9,75 \text{ g K}$$

$$N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ atom}$$

- (۴۹) هر یون $^{27}_{13}\text{Al}^{3+}$ دارای ۱۰ الکترون است، پس:

$$(^{27}_{13}\text{Al}^{3+} \text{ در هر مول } e \text{ تعداد}) x = 6,02 \times 10^{23} \times 10 = 6,02 \times 10^{24}$$

هر یون $^{37}_{17}\text{Cl}^-$ دارای ۲۰ نوترون است.



$y = 2.0 \text{ mol}$ (مقدار مول n در هر مول ${}^{37}_{17}\text{Cl}^-$)

$$\frac{x}{y} = \frac{6.02 \times 10^{23}}{2.0} = 3.01 \times 10^{23}$$

با فرض x گرم C_2H_6 و y گرم $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}$ تعداد اتم‌های H در C_2H_6 و $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}$ را به دست می‌آوریم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۰

$$\left. \begin{aligned} x \text{ gr C}_2\text{H}_6 \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_6}{30 \text{ gr C}_2\text{H}_6} \times \frac{6 \text{ mol H}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_6} \times \frac{N_A}{1 \text{ mol H}} &= \frac{x}{5} N_A \\ y \text{ gr C}_2\text{H}_4\text{O} \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_4\text{O}}{44 \text{ gr C}_2\text{H}_4\text{O}} \times \frac{4 \text{ mol H}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_4\text{O}} \times \frac{N_A}{1 \text{ mol H}} &= \frac{y}{11} N_A \end{aligned} \right\} = \frac{x}{5} N_A = \frac{y}{11} N_A$$

$$6x = y \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{6}$$

پاسخنامه کلیدی

۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴

۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴

۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴

۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴



نام آزمون: جامعی تستی یازدهم

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۷

زمان برگزاری: ۹۰ دقیقه

۵۱) در دایره $C(O, x-1)$ کمترین فاصله مرکز از خط l برابر $2x+5$ است. حدود x در حالتی که خط و دایره یکدیگر را قطع نکنند، کدام است؟

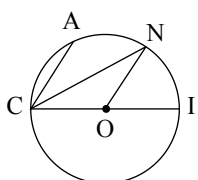
- ۱) $x > -6$ ۲) $x > 1$ ۳) $1 < x < 6$ ۴) $-2.5 < x < 6$

۵۲) مرکز دایره $C(O, 5x)$ از دو وتر به طولهای $AB = 2x+4$ و $CD = 7-x$ به یک فاصله است. بزرگترین وتر این دایره چه طولی دارد؟

- ۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

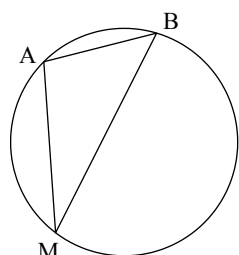
۵۳) دو دایره به شعاعهای ۵ و ۹ متر هم مرکز هستند. طول وتر از دایره بزرگتر مماس بر دایره کوچکتر کدام است؟

- ۱) $8\sqrt{2}$ ۲) $4\sqrt{14}$ ۳) $6\sqrt{7}$ ۴) $4\sqrt{6}$



۵۴) در دایره مقابل به قطر CI داریم: $CA \parallel ON$ و $\widehat{ACI} = 70^\circ$. زاویه CNO چند درجه است؟

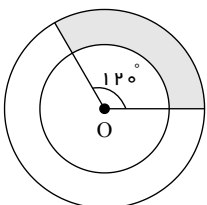
- ۱) 27.5 ۲) 30 ۳) 35 ۴) 32.5



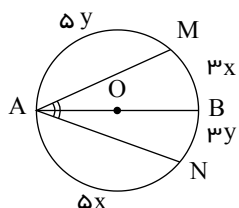
۵۵) در شکل زیر، طول وتر AB برابر اندازه شعاع دایره است. اندازه زاویه AMB چند درجه است؟

- ۱) 45 ۲) 30 ۳) 20 ۴) 15

۵۶) مطابق شکل زیر دو دایره $C(O, r)$ و $C'(O, 2r)$ مفروض‌اند. اگر مساحت قسمت هاشورخورده برابر 25π باشد، آنگاه مساحت دایره بزرگتر کدام است؟

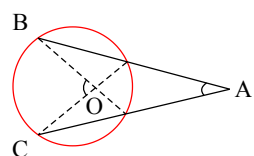


- ۱) 75π ۲) 125π ۳) 100π ۴) 150π



۵۷) در شکل مقابل AB قطر دایره است. اندازه زاویه MAN ، کدام است؟

- ۱) 67.5° ۲) 135° ۳) 45° ۴) 60°



۵۸) در شکل مقابل $\widehat{A} = 27^\circ$ و $\widehat{O} = 71^\circ$ کمان BC چند درجه است؟

- ۱) ۹۸ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۰۲ ۴) ۱۰۴

است؟

$\mathbb{F}_q$ 

9 

پاسخنامه تشریحی

با توجه به اطلاعات سوال شعاع برابر $R = x - 1$ و فاصله مرکز تا خط l برابر $OH = 2x - 5$ است. برای اینکه خط و دایره همدیگر را قطع نکنند، باید داشته باشیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۱

$$OH > R \Rightarrow 2x + 5 > x - 1 \Rightarrow x > -6 \quad (1)$$

$$2x + 5 > 0 \Rightarrow x > -2.5 \quad (2) \quad \text{از طرفی}$$

$$x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1 \quad (3)$$

با اشتراک از روابط (۱)، (۲) و (۳) حدود x برابر است با: $x > 1$

دو وتر که از مرکز دایره به یک فاصله باشند، هم اندازه هستند، پس: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۲

$$AB = CD \Rightarrow 2x + 4 = 7 - x \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$R = 5x \Rightarrow R = 5 \times 1 = 5 \quad (\text{شعاع دایره})$$

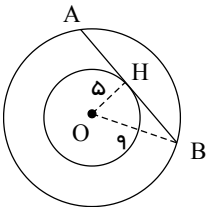
بزرگترین وتر دایره قطر آن است. طول قطر دایره برابر است با:

$$2R = 2 \times 5 = 10$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۳

$$BH = \sqrt{OB^2 - OH^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$$

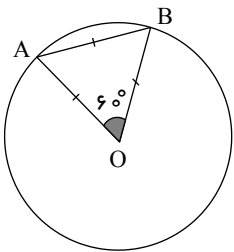
با توجه به شکل $AB = 2BH$ است و داریم: $AB = 4\sqrt{14}$ در نتیجه



۱ ۲ ۳ ۴ ۵۴

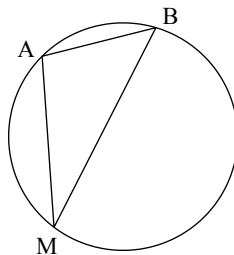
$$\begin{cases} OC = ON \Rightarrow \widehat{OCN} = \widehat{ONC} \\ ON \parallel CA \Rightarrow \widehat{ONC} = \widehat{ACN} \end{cases} \Rightarrow \widehat{OCN} = \widehat{ACN} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ \Rightarrow \widehat{CNO} = 35^\circ$$

مطابق شکل، اگر طول وتر برابر اندازه شعاع دایره باشد، آنگاه کمان متناظر آن وتر 60° است، زیرا: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵



$$OA = OB = AB = R \Rightarrow \widehat{AOB} = 60^\circ$$

با توجه به مقدار به دست آمده برای کمان $\widehat{AB}$ ، اندازه زاویه محاطی AMB برابر می شود با:



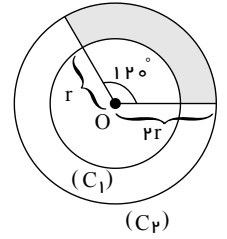
$$\widehat{AMB} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۶

$$S_{\text{هشور}} = S_{C_2} \text{ در دایره } ۱۲۰^\circ - S_{C_1} \text{ در دایره } ۱۲۰^\circ$$

$$۲۵\pi = \frac{۱۲۰^\circ}{۳۶۰^\circ} \times \pi (۲r)^2 - \frac{۱۲۰^\circ}{۳۶۰^\circ} \times \pi r^2 \rightarrow r = ۵$$

$$S_{C_2} = \pi (۲r)^2 = \pi (۲ \times ۵)^2 = ۱۰۰\pi$$



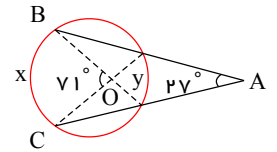
جمع کل کمان‌های روی دایره ۳۶۰° است، داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۷

$$۵y + ۳x + ۳y + ۵x = ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۸(x + y) = ۳۶۰^\circ \Rightarrow x + y = ۴۵^\circ$$

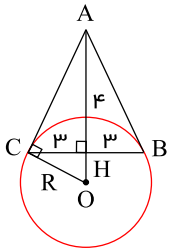
$$(\text{محاطی}) \widehat{MAN} = \frac{۳x + ۳y}{۲} = \frac{۳}{۲}(x + y) = ۶۷,۵^\circ$$

با توجه به اندازه‌های روی شکل داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸

$$\begin{cases} \frac{x+y}{۲} = ۷۱^\circ \\ \frac{x-y}{۲} = ۲۷^\circ \end{cases} \Rightarrow x = \widehat{BC} = ۹۸^\circ$$



با توجه به شکل، طول ساق AC توسط قضیه فیثاغورس برابر ۵ به دست می‌آید. همچنین شعاع OC بر ساق AC عمود است، پس دو مثلث قائم‌الزاویه ACH و AOC باهم متشابه بوده و داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹



$$\frac{CH}{OC} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \frac{۳}{R} = \frac{۴}{۵} \Rightarrow R = \frac{۱۵}{۴} = ۳,۷۵$$

طبق روابط طولی در دایره داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۶۰

$$۲x = ۴ \times ۵ \Rightarrow x = ۱۰ \Rightarrow (۶\sqrt{۳})^2 = y(y + ۱۲) \Rightarrow y^2 + ۱۲y - ۱۰۸ = ۰ \Rightarrow y = ۶$$

پاسخنامه کلیدی

۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴

۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴

۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴

۶۰	۱	۲	۳	۴
----	---	---	---	---



نام آزمون: جامع تستی یازدهم

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۷

زمان برگزاری: ۹۰ دقیقه

۶۱ ارزش کدام گزاره همواره درست است؟

$p \wedge F$ ① $\sim p \vee T$ ② $p \Rightarrow F$ ③ $T \Rightarrow p$ ④

۶۲ گزاره $(p \Rightarrow q)$ ، با کدام گزاره زیر، هم‌ارزش است؟

$\sim p \vee q$ ① $p \vee \sim q$ ② $\sim p \wedge q$ ③ $p \wedge \sim q$ ④

۶۳ اگر p یک گزاره درست و q گزاره‌ی دلخواه باشد کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

$\sim p \Rightarrow q$ ① $p \Rightarrow q$ ② $q \Rightarrow \sim p$ ③ $\sim q \Rightarrow \sim p$ ④

۶۴ نقیض گزاره $(\exists x \in \mathbb{R}; x^2 > x^3) \vee (\forall x \in \mathbb{R}^+, x + \frac{1}{x} \geq 2)$ کدام است؟

$(\forall x \in \mathbb{R}^-, x + \frac{1}{x} \leq 2) \wedge (\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq x^3)$ ② $(\forall x \in \mathbb{R}^-, x + \frac{1}{x} < 2) \wedge (\forall x \in \mathbb{R}; x^2 \leq x^3)$ ①

$(\exists x \in \mathbb{R}^+, x + \frac{1}{x} \leq 2) \vee (\forall x \in \mathbb{R}; x^2 \leq x^3)$ ④ $(\exists x \in \mathbb{R}^+, x + \frac{1}{x} < 2) \wedge (\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq x^3)$ ③

۶۵ نقیض گزاره‌ی به ازای هر عدد صحیح و مثبت n ، مقدار $n^2 + 41n + 41$ اول است، کدام گزینه است؟

① به‌ازای هر عدد صحیح و منفی n ، مقدار $n^2 + 41n + 41$ اول نیست.

② لااقل یک عدد صحیح و مثبت n وجود دارد، به صورتی که $n^2 + 41n + 41$ اول نیست.

③ لااقل یک عدد صحیح و مثبت n وجود دارد به طوری که $n^2 + 41n + 41$ اول است.

④ به‌ازای هر عدد صحیح و مثبت n مقدار $n^2 + 41n + 41$ اول نیست.

۶۶ گزاره $(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge r)$ ، با کدام گزاره زیر، هم‌ارزش است؟

$p \vee (q \wedge r)$ ① $p \wedge (q \vee r)$ ② $r \Rightarrow (p \wedge q)$ ③ $r \Rightarrow (p \vee q)$ ④

۶۷ اگر p, q گزاره‌های دلخواهی باشند گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow p$ هم‌ارز کدام گزاره است؟

p ① $p \vee q$ ② $\sim p \wedge q$ ③ $\sim p \vee q$ ④

۶۸ کدام گزاره سوری زیر، دارای ارزش درست است؟

$\forall x \in \mathbb{R}: \frac{x^2 - 4}{x - 2} = x + 2$ ④ $\exists x \in \mathbb{R}: |x + \frac{1}{x}| < 2$ ③ $\exists x \in \mathbb{R}: \frac{x - 1}{x} = x$ ② $\forall x \in \mathbb{R}: x^2 + 2 > 2x$ ①

۶۹ ارزش کدام مورد نادرست است؟

$\forall x \in \mathbb{Z}, -2x^2 + 4x - 7 < 0$ ① $\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}, |3x + \frac{1}{3x}| \geq 2$ ②

$\exists x \in \mathbb{R}, -5x^2 - 6x + 7 < 0$ ③ $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{Z}, x + y = 0$ ④

۷۰ کدام گزاره درست است؟

$\forall x, \forall y; x + y = 0$ (دامنه $\mathbb{R}$) ① $\exists x, \forall y; x + y = 0$ (دامنه $\mathbb{R}$) ② $\forall x, \exists y; x + y = 0$ (دامنه $\mathbb{Z}$) ③ $\forall x, \exists y; xy = 1$ (دامنه $\mathbb{Z}$) ④

پاسخنامه تشریحی

رابطهٔ فصلی $p \vee q$ فقط زمانی نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند و در سایر حالات صحیح می‌باشد. (۱) (۲) (۳) (۴) (۶۱)

$$p \wedge F \equiv F, \quad p \Rightarrow F \equiv \sim p \vee F \equiv \sim p, \quad T \Rightarrow p \equiv F \vee p \equiv p$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۶۲)

$$\sim (p \Rightarrow q) \equiv \sim (\sim p \vee q) \equiv \sim (\sim p) \wedge \sim q \equiv p \wedge \sim q$$

تذکر: رابطهٔ شرطی $p \Rightarrow q$ فقط زمانی نادرست است که مقدم (p) درست و تالی (q) نادرست باشد. (۱) (۲) (۳) (۴) (۶۳)

تذکر: در حالتی که مقدم گزارهٔ شرطی نادرست باشد ارزش گزارهٔ شرطی درست است در این موارد می‌گوییم گزاره به انتفاع مقدم درست می‌باشد.

در نقیض یک گزارهٔ سوری، هم سور و هم گزاره نقیض خواهند شد. لذا خواهیم داشت: (۱) (۲) (۳) (۴) (۶۴)

$$\begin{aligned} \sim [(\forall x \in \mathbb{R}^+, x + \frac{1}{x} \geq 2) \vee (\exists x \in \mathbb{R}, x^2 > x^3)] &\equiv \sim (\forall x \in \mathbb{R}^+, x + \frac{1}{x} \geq 2) \wedge \sim (\exists x \in \mathbb{R}, x^2 > x^3) \\ &\equiv (\exists x \in \mathbb{R}^+; x + \frac{1}{x} < 2) \wedge (\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq x^3) \end{aligned}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۶۵)

نکته: نقیض سور عمومی، سور وجودی به شکل زیر می‌باشد:

$$\sim (\forall x; p(x)) \equiv \exists x; \sim p(x)$$

در این تست صورت سؤال به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\forall n \in \mathbb{Z}^+; \quad n^2 + 41n + 41 = p = \text{عدد اول}$$

نقیض این سور به شکل زیر است:

$$\sim (\forall n \in \mathbb{Z}^+; n^2 + 41n + 41 = p) \equiv \exists n \in \mathbb{Z}^+; n^2 + 41n + 41 \neq p$$

یعنی لاکل یک عدد صحیح و مثبت n وجود دارد که $n^2 + 41n + 41$ اول نباشد.

(۱) (۲) (۳) (۴) (۶۶)

نکته: اگر p و q دو گزارهٔ دلخواه باشند داریم:

$$\begin{aligned} ۱) \quad &\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \\ ۲) \quad &p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q \\ ۳) \quad &p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \end{aligned}$$

$$(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge r) \equiv \sim (\sim p \vee \sim q) \vee (p \wedge r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \equiv p \wedge (q \vee r)$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۶۷)

نکته:

$$\begin{aligned} ۱) \quad &p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q \\ ۲) \quad &p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \\ ۳) \quad &\sim p \vee p \equiv T \\ ۴) \quad &T \wedge p \equiv p \end{aligned}$$

$$p \Rightarrow (p \wedge q) \equiv \sim p \vee (p \wedge q) \equiv \overbrace{\sim p \vee p}^T \wedge (\sim p \vee q) \equiv T \wedge (\sim p \vee q) \equiv \sim p \vee q$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۶۸)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱)

$$\forall x \in \mathbb{R}; \quad x^2 + 2 > 2x$$

$$x^2 - 2x + 2 > 0 \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4(2) = -4 < 0.$$

چون $0 < \Delta$ و ضریب x^2 نیز مثبت است پس این معادلهٔ درجه ۲ همواره بزرگ‌تر از صفر بوده و مثال نقضی برای آن نداریم ارزش درستی دارد.

گزینهٔ ۲)

$$\exists x \in \mathbb{R}; \quad \frac{x-1}{x} = x$$



$$\frac{x-1}{x} = x \Rightarrow x-1 = x^2 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1) < 0$$

○ $\Delta < 0$ بوده پس معادله درجه دوم ریشه ندارد یعنی به ازای هیچ مقداری از x این معادله جواب ندارد پس ارزش گزاره سور وجودی نادرست است.
گزینه ۳

$$\exists x \in \mathbb{R}; \left| x + \frac{1}{x} \right| < 2$$

می‌دانیم به ازای هر مقدار $x \in \mathbb{R}$ داریم: $\left| x + \frac{1}{x} \right| \geq 2$ یعنی به ازای هیچ مقداری از $x \in \mathbb{R}$ رابطه $\left| x + \frac{1}{x} \right| < 2$ برقرار نیست پس ارزش سور وجودی نادرست است.
گزینه ۴

$$\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 4}{x - 2} = x + 2$$

به ازای $x = 2$ رابطه $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = x + 2$ نادرست است پس ارزش سور عمومی فوق نادرست است.

بررسی گزینه‌ها: **۱** **۲** **۳** **۴** **۶۹**

گزینه ۱: در معادله درجه دوم $-2x^2 + 4x - 7$ مقدار Δ عددی منفی است از طرفی ضریب x^2 نیز عددی منفی است. پس همواره $-2x^2 + 4x - 7 < 0$ می‌باشد.
گزینه ۲: به ازای هر مقدار ناصفر u داریم:

$$\left. \begin{array}{l} u > 0 \Rightarrow u + \frac{1}{u} \geq 2 \\ u < 0 \Rightarrow \left(u + \frac{1}{u} \right) \leq -2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left| u + \frac{1}{u} \right| \geq 2$$

گزینه ۳: در معادله درجه دوم $-5x^2 - 6x + 7$ مقدار $\Delta > 0$ می‌باشد پس این معادله درجه دوم دارای دو ریشه حقیقی است و به ازای مقادیر x بین دو ریشه علامت منفی دارد یعنی مجموعه جواب آن تهی نیست.

گزینه ۴: نادرست است، زیرا عددی در میان اعداد حقیقی وجود ندارد که مجموع آن با تمامی اعداد صحیح صفر باشد.

بررسی گزینه‌ها: **۱** **۲** **۳** **۴** **۷۰**

۱: واضح است به ازای هر x و y عضو اعداد حقیقی مجموع x و y نمی‌تواند صفر باشد.

۲: واضح است وجود ندارد عدد حقیقی مانند x که بازای هر عدد حقیقی مانند y ، $x + y$ برابر صفر باشد.

۳: گزینه صحیح است. واضح است بازای هر x عضو اعداد صحیح وجود دارد y عضو اعداد صحیح که $x + y = 0$ باشد. در واقع y همان قرینه x می‌باشد.

۴: واضح است که بازای هر عدد x از اعداد صحیح، یک y عضو اعداد صحیح وجود ندارد که $xy = 1$ باشد.

پاسخنامه کلیدی

۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴

۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴

۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴

۷۰	۱	۲	۳	۴
----	---	---	---	---